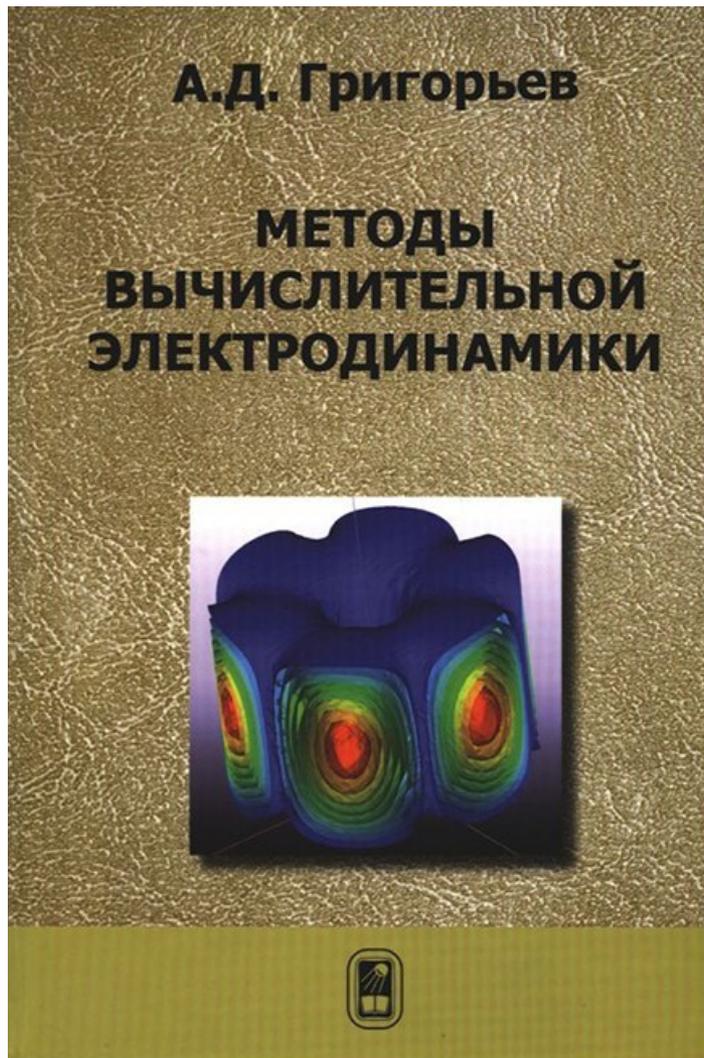


**Московский Авиационный Институт
(национальный исследовательский университет)**

**Постановка задачи
электродинамического
моделирования**

Литература



Обозначения

A — скалярная величина

\mathbf{A} — векторная величина

Этапы построения математической модели

- Постановка задачи.
 - **Определение целей расчета.**
 - Определение класса задачи.
 - Определение необходимого объема входной и выходной информации.
 - Определение допустимой погрешности результатов.
- Аналитическая обработка.
 - Формулировка уравнений.
 - Формулировка начальных условий.
 - Формулировка граничных условий.
 - Описание формы расчетной области и свойств среды.
 - Выбор метода решения.
- Дискретизация модели.
- Решение полученных систем уравнений.
- Обработка результатов.

Этапы построения математической модели

- Постановка задачи.
 - Определение целей расчета.
 - Определение класса задачи.**
 - Определение необходимого объема входной и выходной информации.
 - Определение допустимой погрешности результатов.
- Аналитическая обработка.
 - Формулировка уравнений.
 - Формулировка начальных условий.
 - Формулировка граничных условий.
 - Описание формы расчетной области и свойств среды.
 - Выбор метода решения.
- Дискретизация модели.
- Решение полученных систем уравнений.
- Обработка результатов.

Классы электродинамических задач

Классы электродинамических задач



Классы электродинамических задач

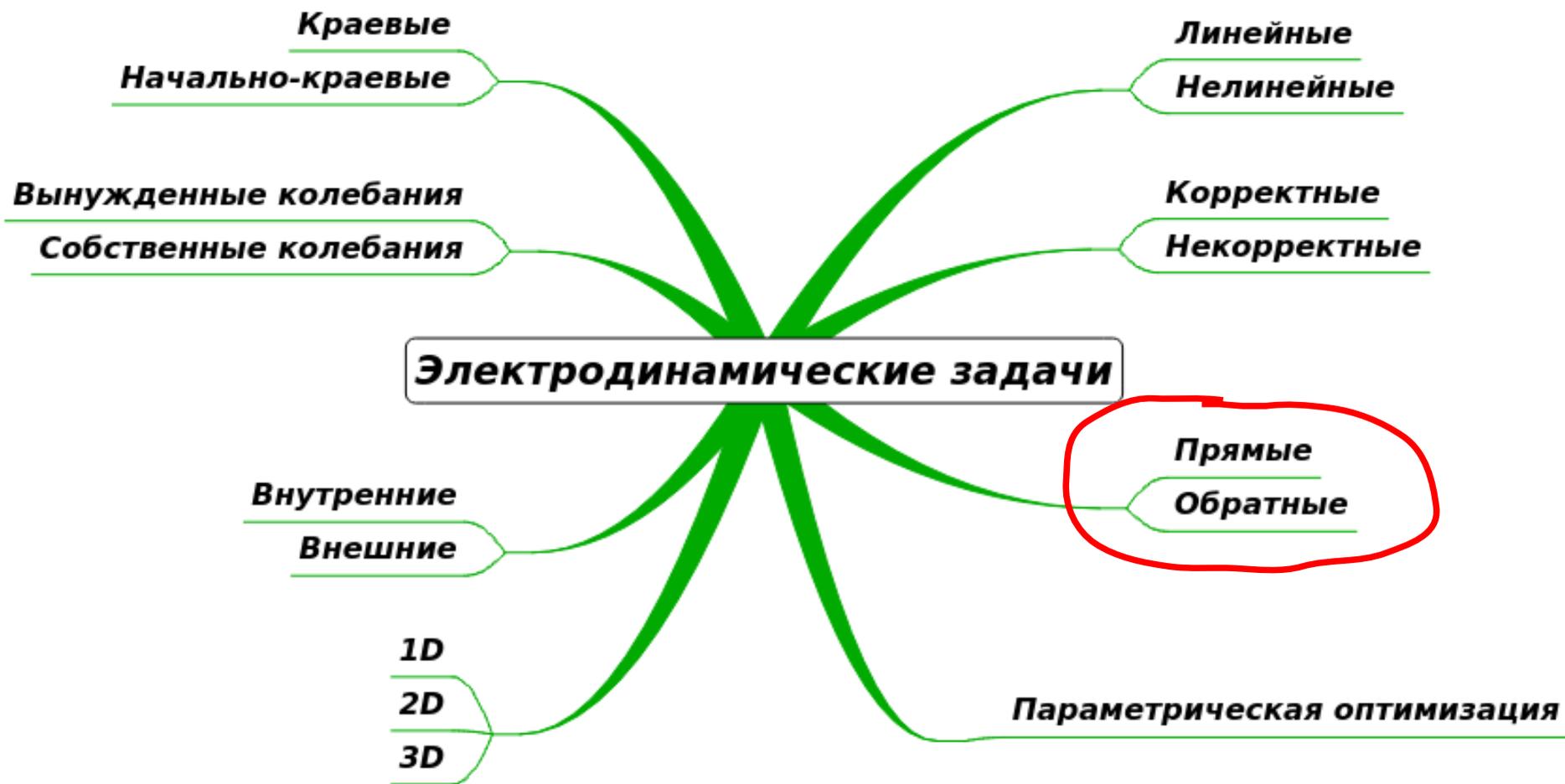


Нелинейные среды

Среда называется **нелинейной**, отклик которой на действие внешнего излучения нелинейно зависит от амплитуды возмущения.

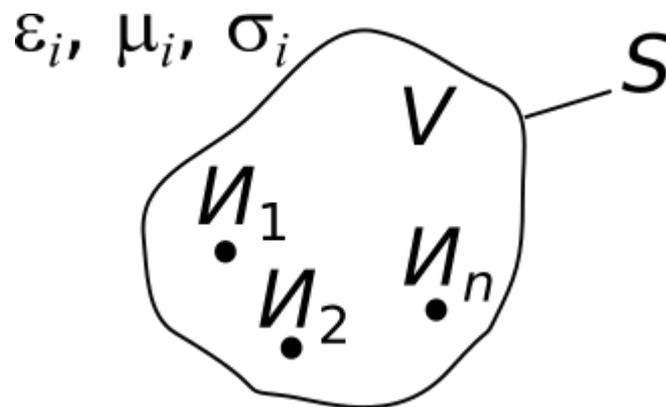
В **нелинейных** средах не выполняется принцип суперпозиции: отклик на сумму возмущений не равен сумме откликов на отдельные возмущения.

Классы электродинамических задач



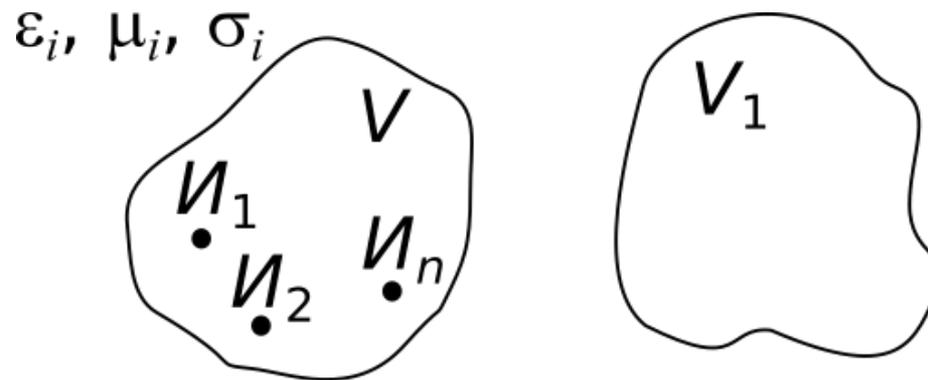
Прямая задача электродинамики

Прямая задача электродинамики (задача анализа) — определение электромагнитного поля в некоторой области V с определенными начальными и граничными условиями на поверхности S , созданное заданными источниками.

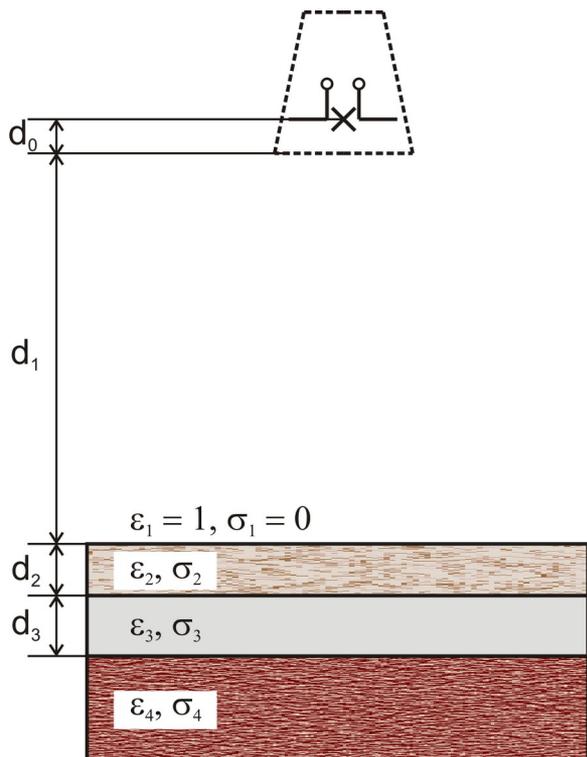


Обратная задача электродинамики

Обратная задача электродинамики (задача синтеза) — определение параметров среды и (или) источников в области V по известному распределению электромагнитного поля в некоторой другой области V_1 , которая может не совпадать с V .



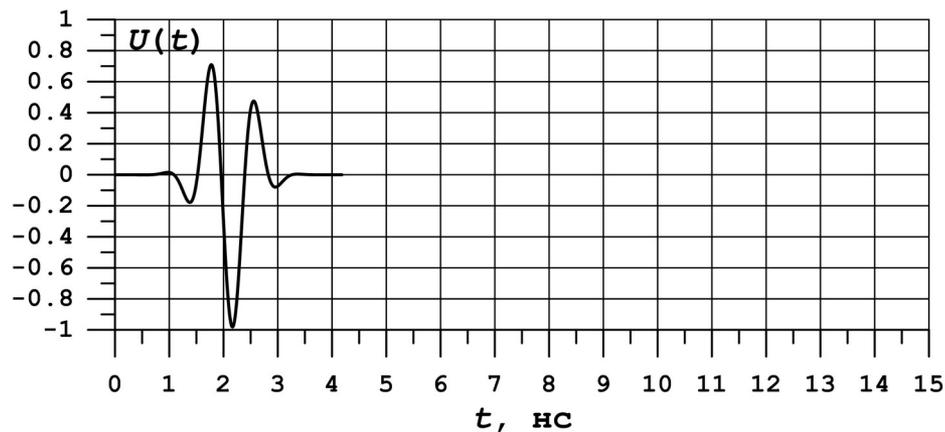
Пример обратной задачи — диагностика многослойной среды радаром подповерхностного зондирования



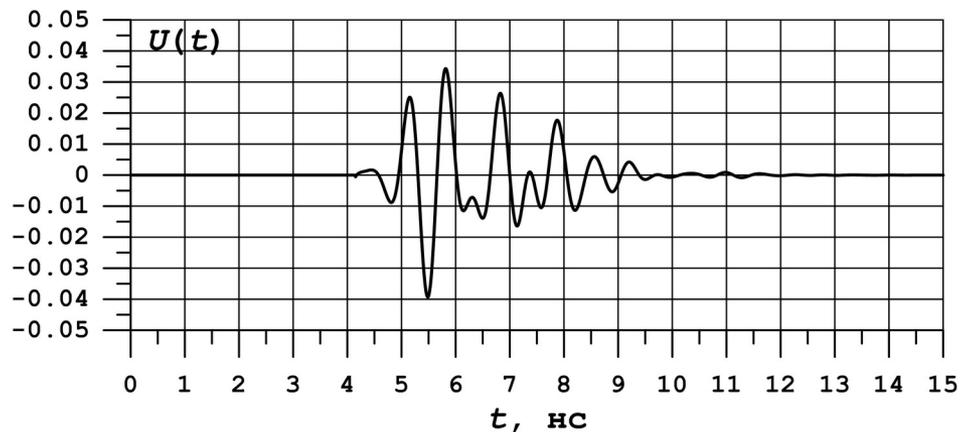
Параметры среды

1. $\epsilon_1 = 1.0, d_1 = 0.5$ м
2. $\epsilon_2 = 4.0, d_2 = 0.10$ м
3. $\epsilon_3 = 1.0, d_3 = 0.105$ м
4. $\epsilon_4 = 4.0$

Зондирующий сигнал



Отраженный сигнал



Классы электродинамических задач



Корректно поставленная задача

Задача $y = A(x)$ называется корректно поставленной, если для любых входных данных x из некоторого класса решение y существует, единственно и устойчиво по входным данным.

Устойчивость задачи

Пусть δx — погрешность входных данных

$$y + \delta y = A(x + \delta x)$$

$\delta y = A(x + \delta x) - A(x)$ — неустранимая погрешность решения.

Если решение непрерывно зависит от входных данных, т.е. всегда $\|\delta y\| \rightarrow 0$ при $\|\delta x\| \rightarrow 0$, то задача называется устойчивой по входным данным; в противном случае задача неустойчива по входным данным.

Классы электродинамических задач



Краевые задачи

Для решения задачи используются уравнения Максвелла, записанные через комплексные амплитуды.

Решение производится в частотной области.

Анализ стационарных процессов.

Начально-краевые задачи

Для решения задачи используются уравнения Максвелла, записанные для мгновенных значений.

Решение производится во временной области.

Анализ переходных процессов.

Классы электродинамических задач



Задачи о вынужденных колебаниях

В задачах о вынужденных колебаниях (волнах) в расчетной области присутствуют сторонние токи и (или) на границе области моделирования заданы неоднородные граничные условия.

Задачи о свободных колебаниях

В задачах о **собственных (свободных) колебаниях (волнах)** источники возбуждения отсутствуют. Цель моделирования — определение типов колебаний (волн), которые могут существовать в заданной области при заданных условиях.

Такие задачи также называют задачами на **собственные значения**.

Классы электродинамических задач



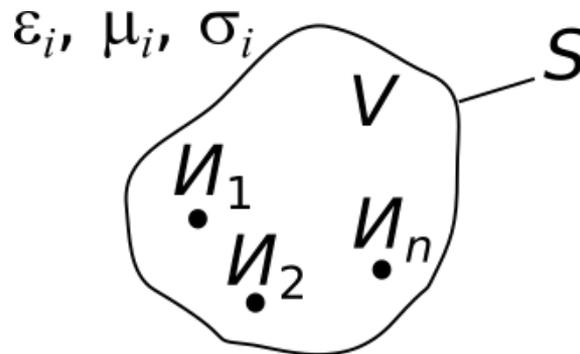
Внутренние и внешние задачи

Задачу электродинамики называют внутренней, если расчетная область ограничена в пространстве, и внешней в противном случае.

Внутренняя задача

Необходимо найти решение уравнений Максвелла или соответствующих им волновых уравнений в области V , ограниченной поверхностью S .

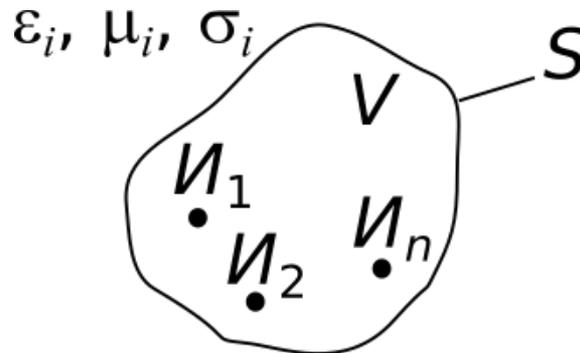
Это решение должно удовлетворять на поверхности S граничным условиям.



Требования для решения внутренней задачи во временной области

Решение внутренней задачи существует и единственно, если:

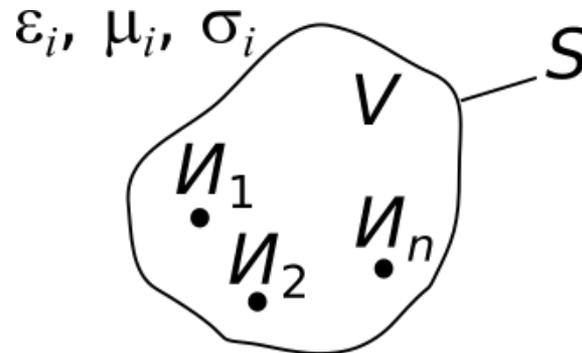
1. В начальный момент времени t_0 во всем объеме V заданы значения напряженностей электрического и магнитного полей $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t_0)$, $\mathbf{H}(\mathbf{r}, t_0)$.
2. На поверхности S заданы касательные составляющие \mathbf{E}_τ или \mathbf{H}_τ , или на части поверхности заданы \mathbf{E}_τ , а на остальной части — \mathbf{H}_τ .
3. В объеме V или его части электропроводность среды отлична от 0.



Требования для решения внутренней задачи в частотной области

Решение внутренней задачи существует и единственно, если:

1. На поверхности S заданы касательные составляющие \mathbf{E}_τ или \mathbf{H}_τ , или на части поверхности заданы \mathbf{E}_τ , а на остальной части — \mathbf{H}_τ .
2. В объеме V или его части мнимые части ε и (или) μ среды отлична от 0.



Внешняя задача

Область моделирования не ограничена.

Например, задача излучения: в свободном безграничном пространстве необходимо найти решение неоднородного волнового уравнения, удовлетворяющего условию излучения на бесконечности.

Требования для решения внешней задачи

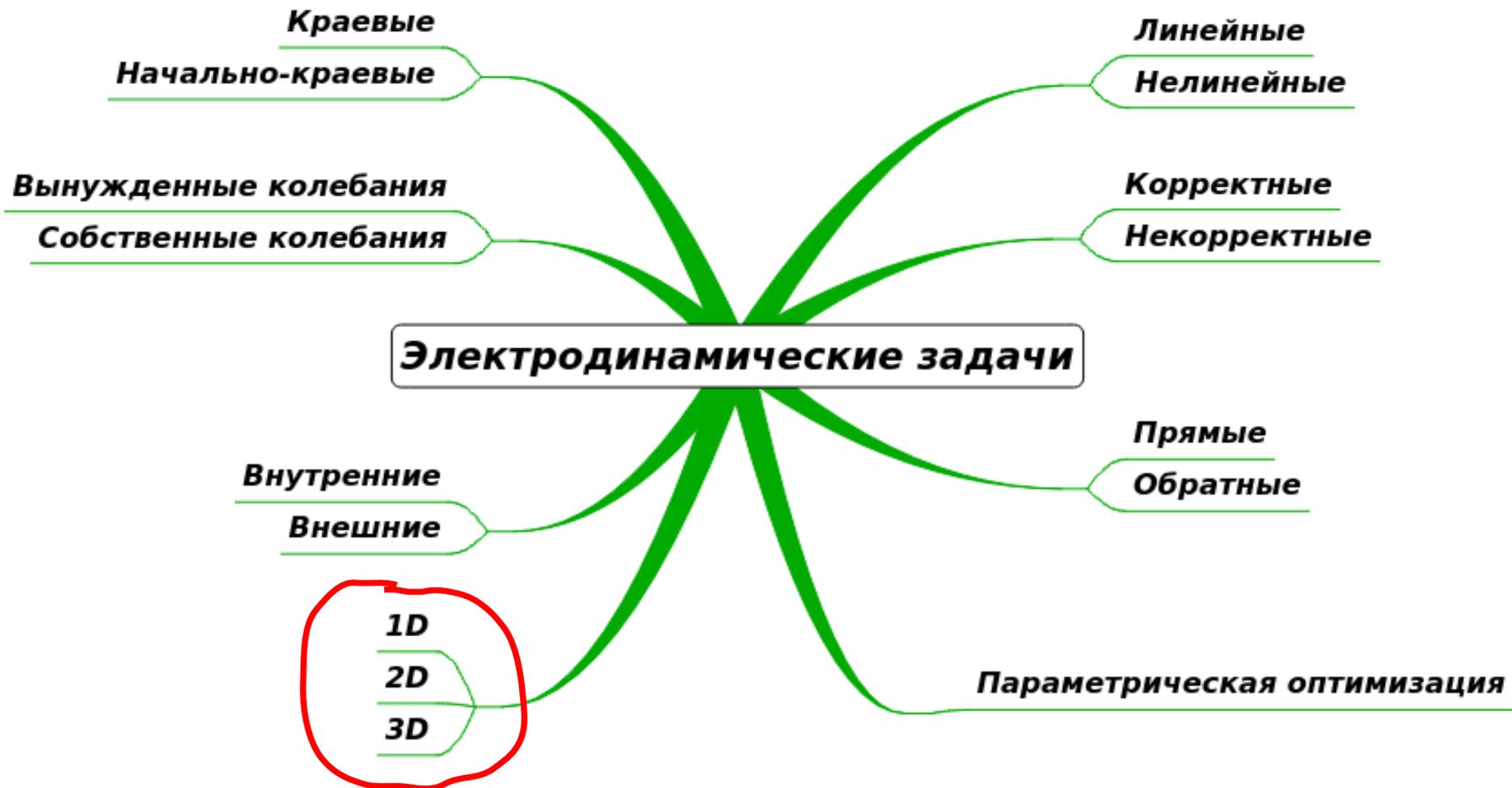
Решение внешней задачи существует и единственно, если:
на поверхности областей, вне которых задано ЭМ поле, заданы касательные составляющие \mathbf{E}_τ или \mathbf{H}_τ , а энергия ЭМ поля, создаваемого источниками конечной интенсивности и размера, во всем пространстве остается конечной.

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \int_V (\epsilon_a |\vec{E}|^2 + \mu_a |\vec{H}|^2) r^2 dr d\theta d\varphi < \infty \quad (1.1)$$

r — расстояние от источников

V — заполняет все пространство

Классы электродинамических задач



Классы электродинамических задач



Алгоритмы оптимизации

- Алгоритм градиентного спуска.
- Алгоритм Нелдера-Мида (симплекс-метод).
- Алгоритм имитации отжига.
- Генетический алгоритм.
- Алгоритм роя частиц.
- Алгоритм дифференциальной эволюции.
- ...

Классы задач, решаемые в дальнейшем

- Линейные задачи.
- Корректные задачи.
- Прямые задачи (задачи анализа).
- Начально-краевые задачи.
- Задачи о вынужденных колебаниях.
- Размерности задачи - 1D, 2D.
- Внутренние задачи.

Этапы построения математической модели

- Постановка задачи.
 - Определение целей расчета.
 - Определение класса задачи.
 - Определение необходимого объема входной и выходной информации.**
 - Определение допустимой погрешности результатов.
- Аналитическая обработка.
 - Формулировка уравнений.
 - Формулировка начальных условий.
 - Формулировка граничных условий.
 - Описание формы расчетной области и свойств среды.
 - Выбор метода решения.
- Дискретизация модели.
- Решение полученных систем уравнений.
- Обработка результатов.

Этапы построения математической модели

- Постановка задачи.
 - Определение целей расчета.
 - Определение класса задачи.
 - Определение необходимого объема входной и выходной информации.
 - Определение допустимой погрешности результатов.**
- Аналитическая обработка.
 - Формулировка уравнений.
 - Формулировка начальных условий.
 - Формулировка граничных условий.
 - Описание формы расчетной области и свойств среды.
 - Выбор метода решения.
- Дискретизация модели.
- Решение полученных систем уравнений.
- Обработка результатов.

Источники погрешности

- Погрешность за счет неточности исходных данных.
- Погрешность математической модели.
- Погрешность метода за счет дискретизации задачи.
- Вычислительная погрешность.

Этапы построения математической модели

- **Постановка задачи.**
 - Определение целей расчета.
 - Определение класса задачи.
 - Определение необходимого объема входной и выходной информации.
 - Определение допустимой погрешности результатов.
- **Аналитическая обработка.**
 - Формулировка уравнений.
 - Формулировка начальных условий.
 - Формулировка граничных условий.
 - Описание формы расчетной области и свойств среды.
 - Выбор метода решения.
- Дискретизация модели.
- Решение полученных систем уравнений.
- Обработка результатов.

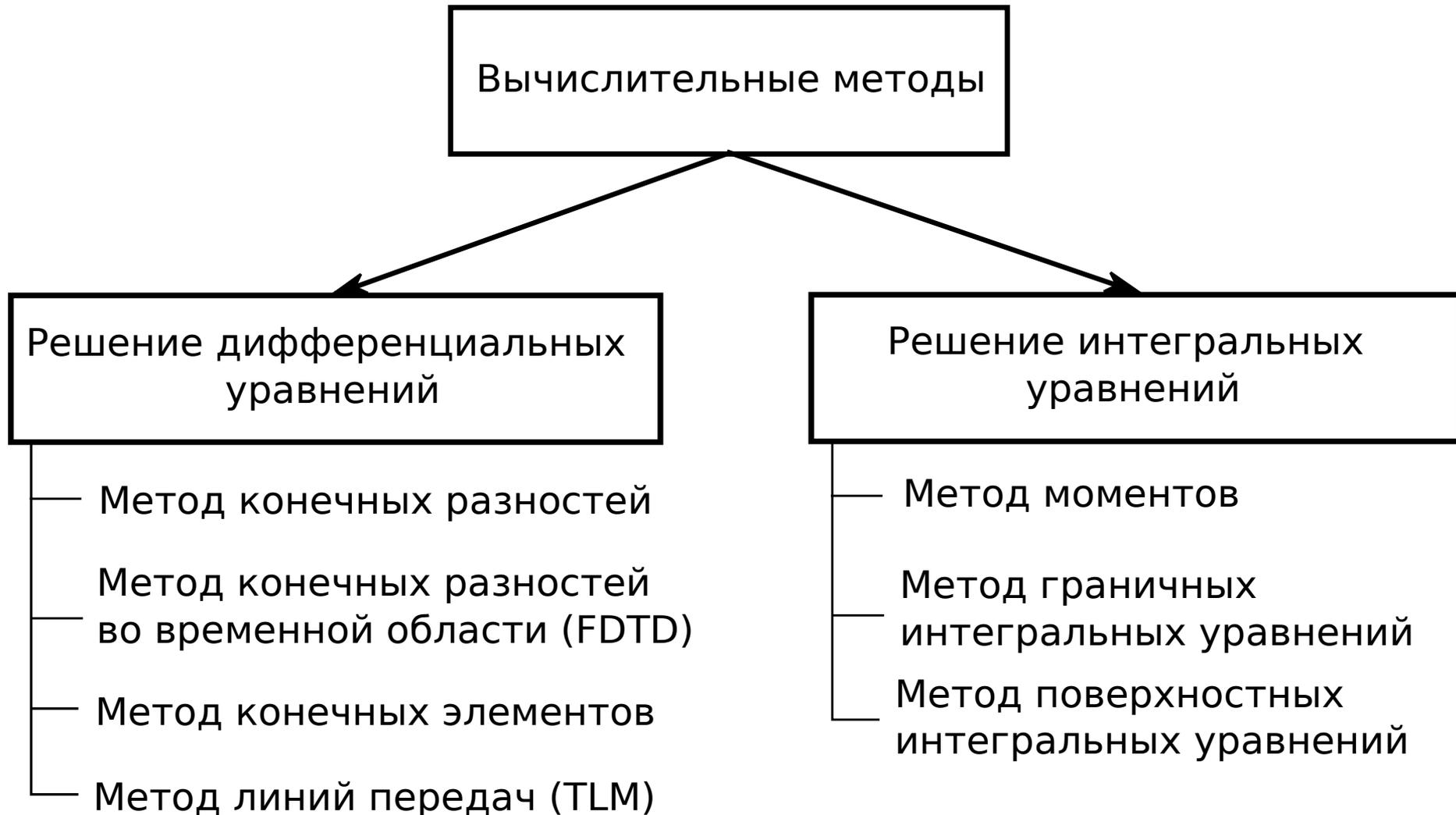
Этапы построения математической модели

- Постановка задачи.
 - Определение целей расчета.
 - Определение класса задачи.
 - Определение необходимого объема входной и выходной информации.
 - Определение допустимой погрешности результатов.
- Аналитическая обработка.
 - Формулировка уравнений.
 - Формулировка начальных условий.
 - Формулировка граничных условий.
 - Описание формы расчетной области и свойств среды.
 - Выбор метода решения.
- **Дискретизация модели.**
- Решение полученных систем уравнений.
- Обработка результатов.

Этапы построения математической модели

- Постановка задачи.
 - Определение целей расчета.
 - Определение класса задачи.
 - Определение необходимого объема входной и выходной информации.
 - Определение допустимой погрешности результатов.
- Аналитическая обработка.
 - Формулировка уравнений.
 - Формулировка начальных условий.
 - Формулировка граничных условий.
 - Описание формы расчетной области и свойств среды.
 - Выбор метода решения.
- Дискретизация модели.
- **Решение полученных систем уравнений.**
- Обработка результатов.

Классификация вычислительных методов



Этапы построения математической модели

- Постановка задачи.
 - Определение целей расчета.
 - Определение класса задачи.
 - Определение необходимого объема входной и выходной информации.
 - Определение допустимой погрешности результатов.
- Аналитическая обработка.
 - Формулировка уравнений.
 - Формулировка начальных условий.
 - Формулировка граничных условий.
 - Описание формы расчетной области и свойств среды.
 - Выбор метода решения.
- Дискретизация модели.
- Решение полученных систем уравнений.
- **Обработка результатов.**