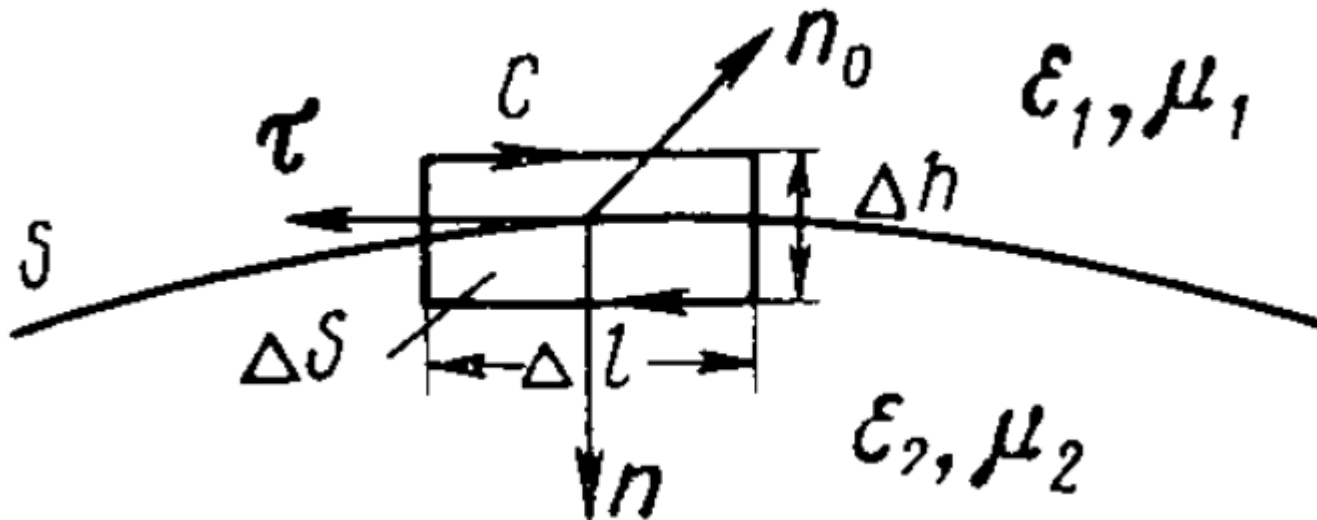


Граничные условия

Граничные условия

Граничные условия — соотношения между векторами поля в двух очень близких точках, находящихся по обе стороны границы раздела двух сред.



Поверхность раздела двух диэлектриков

Касательные составляющие напряженностей электрического и магнитного полей должны удовлетворять условиям:

$$\mathbf{n} \times (\mathbf{E}_{\tau 1} - \mathbf{E}_{\tau 2}) = \mathbf{J}_s^m$$
$$\mathbf{n} \times (\mathbf{H}_{\tau 2} - \mathbf{H}_{\tau 1}) = \mathbf{J}_s^e$$

\mathbf{n} — нормаль к поверхности раздела, направленная из первой среды во вторую,

\mathbf{J}_s^e — поверхностная плотность электрического тока, протекающего по поверхности раздела,

\mathbf{J}_s^m — поверхностная плотность магнитного тока, протекающего по поверхности раздела.

Поверхность раздела двух диэлектриков

Нормальные составляющие индукции связаны соотношениями:

$$\mathbf{n} \cdot (\mathbf{D}_{n2} - \mathbf{D}_{n1}) = \rho_s^e$$
$$\mathbf{n} \cdot (\mathbf{B}_{n2} - \mathbf{B}_{n1}) = \rho_s^m$$

\mathbf{n} — нормаль к поверхности раздела, направленная из первой среды во вторую,

ρ_s^e, ρ_s^m — поверхностные плотности электрического и магнитного заряда, находящихся на поверхности раздела

$$\mathbf{D} = \varepsilon \varepsilon_0 \mathbf{E} \text{ [Кл/м}^2\text{]}$$

$$\mathbf{B} = \mu \mu_0 \mathbf{H} \text{ [Тл]}$$

Поверхность раздела диэлектрика и идеального проводника

Касательная составляющая вектора напряженности электрического поля \mathbf{E} равна нулю

$$\mathbf{E}_{\tau 1} = 0$$

Нормальная составляющая вектора напряженности магнитного поля \mathbf{H} равна нулю

$$\mathbf{H}_{n1} = 0$$

$$\mathbf{H}_{\tau 1} \times \mathbf{n} = \mathbf{j}$$

Поверхность раздела диэлектрика и идеального магнетика

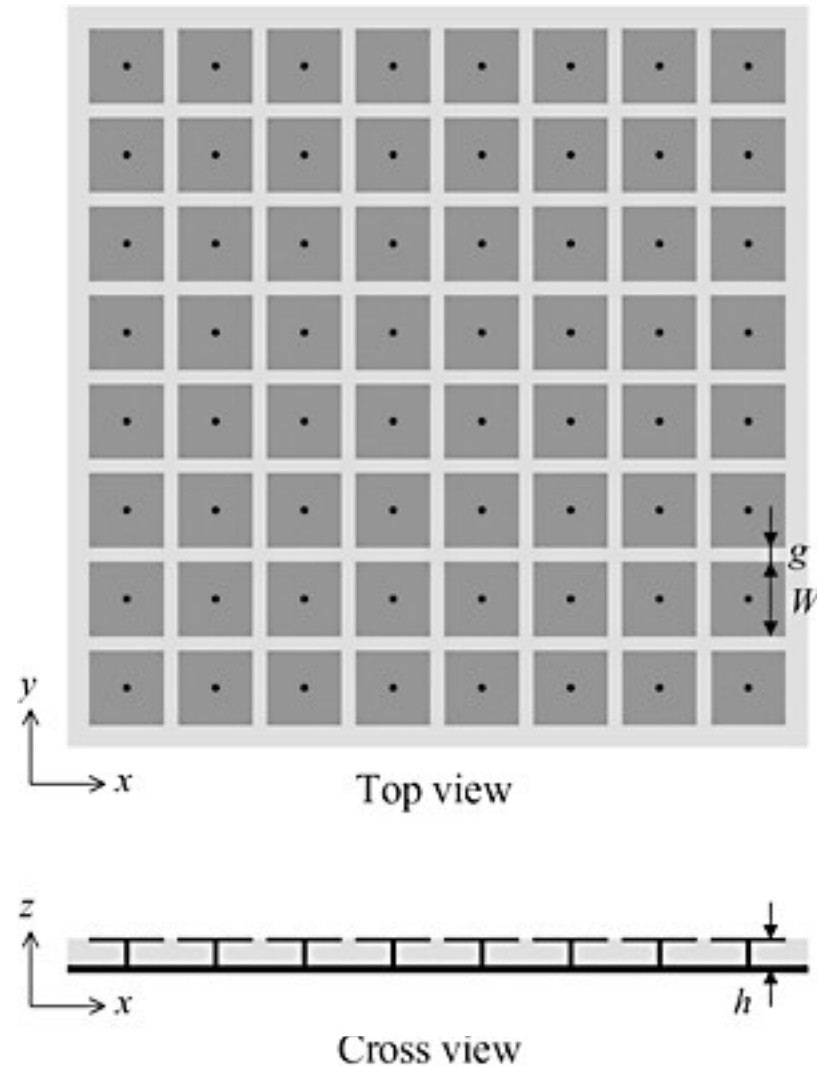
Нормальная составляющая вектора напряженности электрического поля \mathbf{E} равна нулю

$$E_{n1} = 0$$

Касательная составляющая вектора напряженности магнитного поля \mathbf{H} равна нулю:

$$H_{\tau 1} = 0$$

Electromagnetic Band Gap (EBG)



Поверхность раздела диэлектрика и металла с конечной проводимостью

Поле в диэлектрике с потерями уменьшается экспоненциально:

$$|\dot{\mathbf{E}}(x)| = |\dot{\mathbf{E}}_0| e^{-x/\delta}$$

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu\sigma}}$$

δ — глубина проникновения.

Поверхность раздела диэлектрика и металла с конечной проводимостью

Приближенные граничные условия Леонтовича
(импедансные граничные условия):

$$\dot{\mathbf{E}}_{\tau} = \dot{Z}_s (\dot{\mathbf{H}}_{\tau} \times \mathbf{n})$$

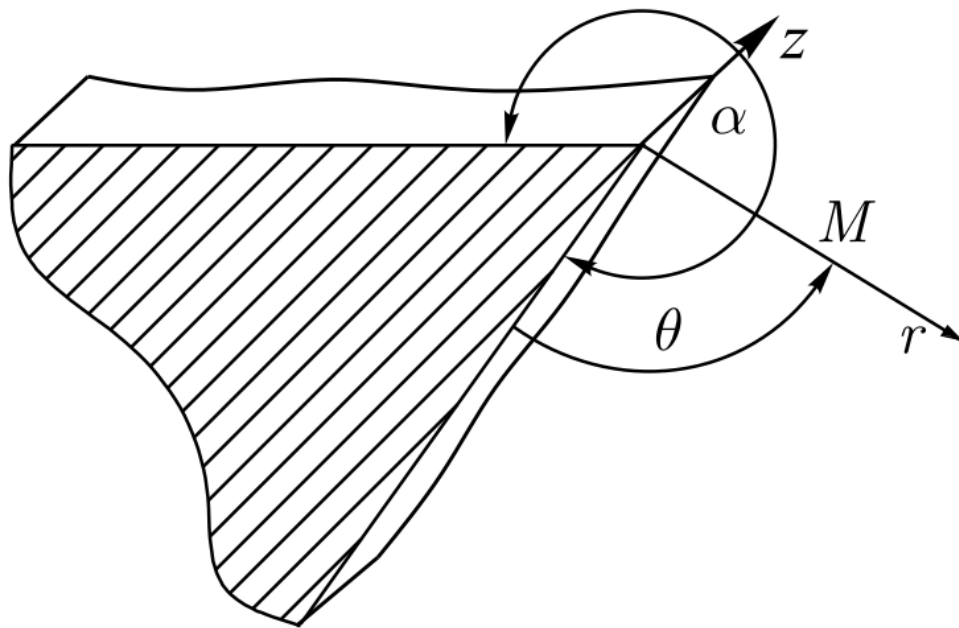
$\dot{\mathbf{E}}_{\tau}, \dot{\mathbf{H}}_{\tau}$ — касательные составляющие комплексных амплитуд напряженности электрического и магнитного полей

\dot{Z}_s — поверхностное сопротивление металла

$$\dot{Z}_s = (1 + i) \sqrt{\frac{\omega \mu}{2\sigma}}$$

Эти условия справедливы, если радиус кривизны поверхности металла много больше глубины проникновения.

Граничные условия на ребре



Электромагнитная энергия, запасенная в любом конечном объеме вблизи ребра, должна оставаться конечной.

Любая составляющая векторов **E** и **H** при приближении к ребру должна расти не быстрее, чем $r^{\tau-1}$, $\tau > 0$

r — расстояние от ребра до точки наблюдения.

τ — определяется электрофизическими свойствами сред, образующих ребро, и формой поверхностей раздела.

Условие излучения

Энергия поля должна быть конечной.

Напряженность электрического и магнитного полей должна убывать на бесконечности быстрее, чем $1 / r$.

Условие излучения Зоммерфельда:

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \left\{ r \left[\frac{\partial}{\partial r} \begin{pmatrix} \mathbf{E} \\ \mathbf{H} \end{pmatrix} - \sqrt{\epsilon \mu} \frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} \mathbf{E} \\ \mathbf{H} \end{pmatrix} \right] \right\} = 0$$