

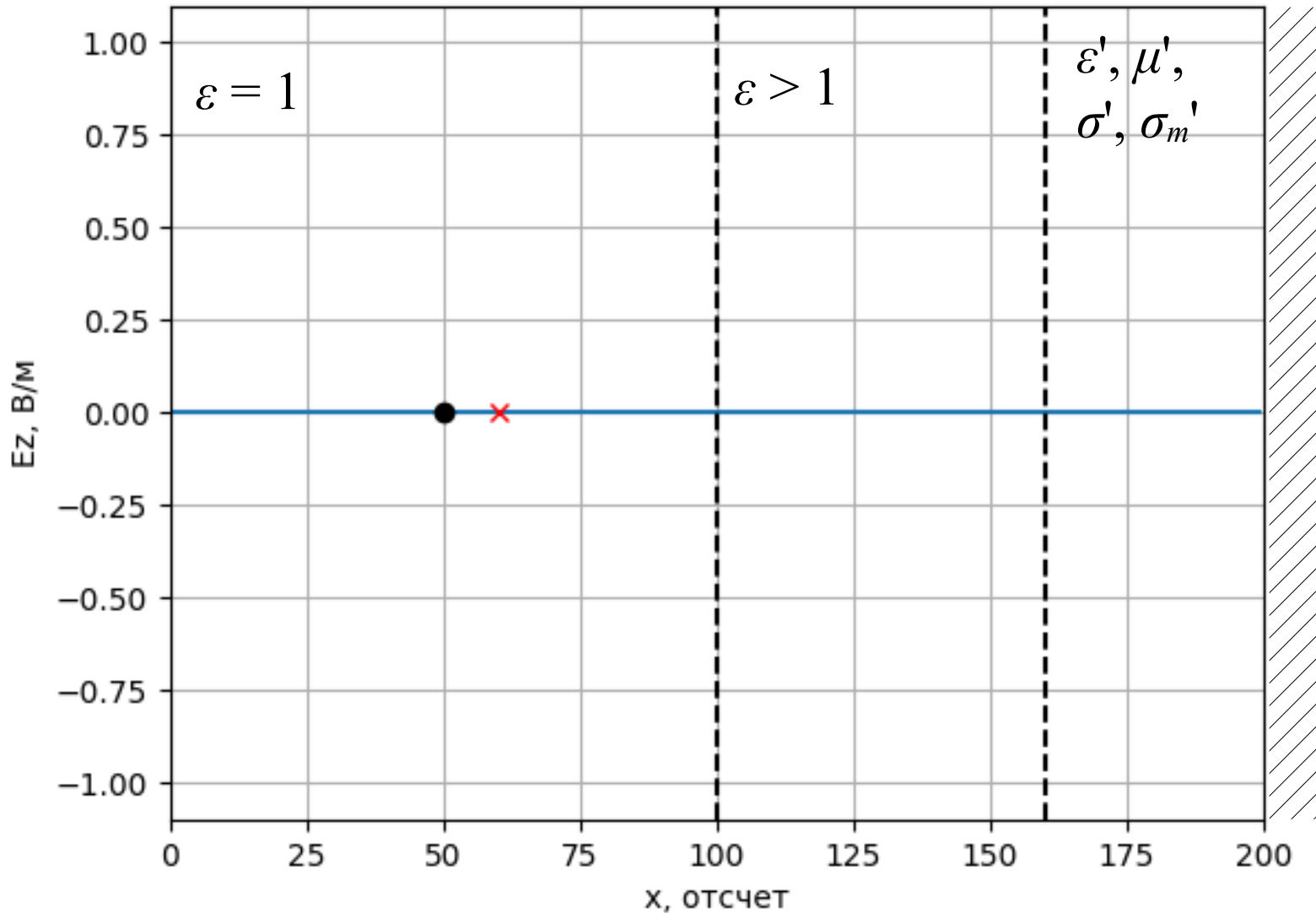
**Московский Авиационный Институт
(национальный исследовательский университет)**

«Метод конечных разностей во временной области (FDTD)»

Поглощающие граничные условия

**Поглощающие граничные
условия с использованием
полностью согласованного слоя
(Perfect Matched Layer - PML)**

Геометрия решаемой задачи



Коэффициент отражения

Для плоской волны, падающей по нормали:

$$\Gamma = \frac{\dot{E}_{\text{отр}}}{\dot{E}_{\text{пад}}} = \frac{\dot{W}_2 - \dot{W}_1}{\dot{W}_2 + \dot{W}_1}$$

Волновое сопротивление в среде⁶ с потерями

$$\dot{W} = \sqrt{\frac{\mu \mu_0 \left(1 - i \frac{\sigma_m}{\omega \mu \mu_0} \right)}{\varepsilon \varepsilon_0 \left(1 - i \frac{\sigma}{\omega \varepsilon \varepsilon_0} \right)}} = W_0 \sqrt{\frac{\mu \left(1 - i \frac{\sigma_m}{\omega \mu \mu_0} \right)}{\varepsilon \left(1 - i \frac{\sigma}{\omega \varepsilon \varepsilon_0} \right)}}$$

Волновое сопротивление в среде⁷ с потерями

$$W = \sqrt{\frac{\mu \mu_0 \left(1 - i \frac{\sigma_m}{\omega \mu \mu_0} \right)}{\varepsilon \varepsilon_0 \left(1 - i \frac{\sigma}{\omega \varepsilon \varepsilon_0} \right)}} = W_0 \sqrt{\frac{\mu \left(1 - i \frac{\sigma_m}{\omega \mu \mu_0} \right)}{\varepsilon \left(1 - i \frac{\sigma}{\omega \varepsilon \varepsilon_0} \right)}}$$

Если $\frac{\sigma_m}{\mu \mu_0} = \frac{\sigma}{\varepsilon \varepsilon_0}$, то $W = W_0 \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}$

Реализация поглощающих граничных условий

$$loss_m = \frac{\sigma_m \Delta_t}{2\mu\mu_0}$$

$$loss_e = \frac{\sigma \Delta_t}{2\varepsilon\varepsilon_0}$$

Если

$$\frac{\sigma_m}{\omega\mu\mu_0} = \frac{\sigma}{\omega\varepsilon\varepsilon_0}, \text{ то}$$

$$\frac{\sigma_m \Delta_t}{2\mu\mu_0} = \frac{\sigma \Delta_t}{2\varepsilon\varepsilon_0}$$

или

$$loss_m = loss_e$$

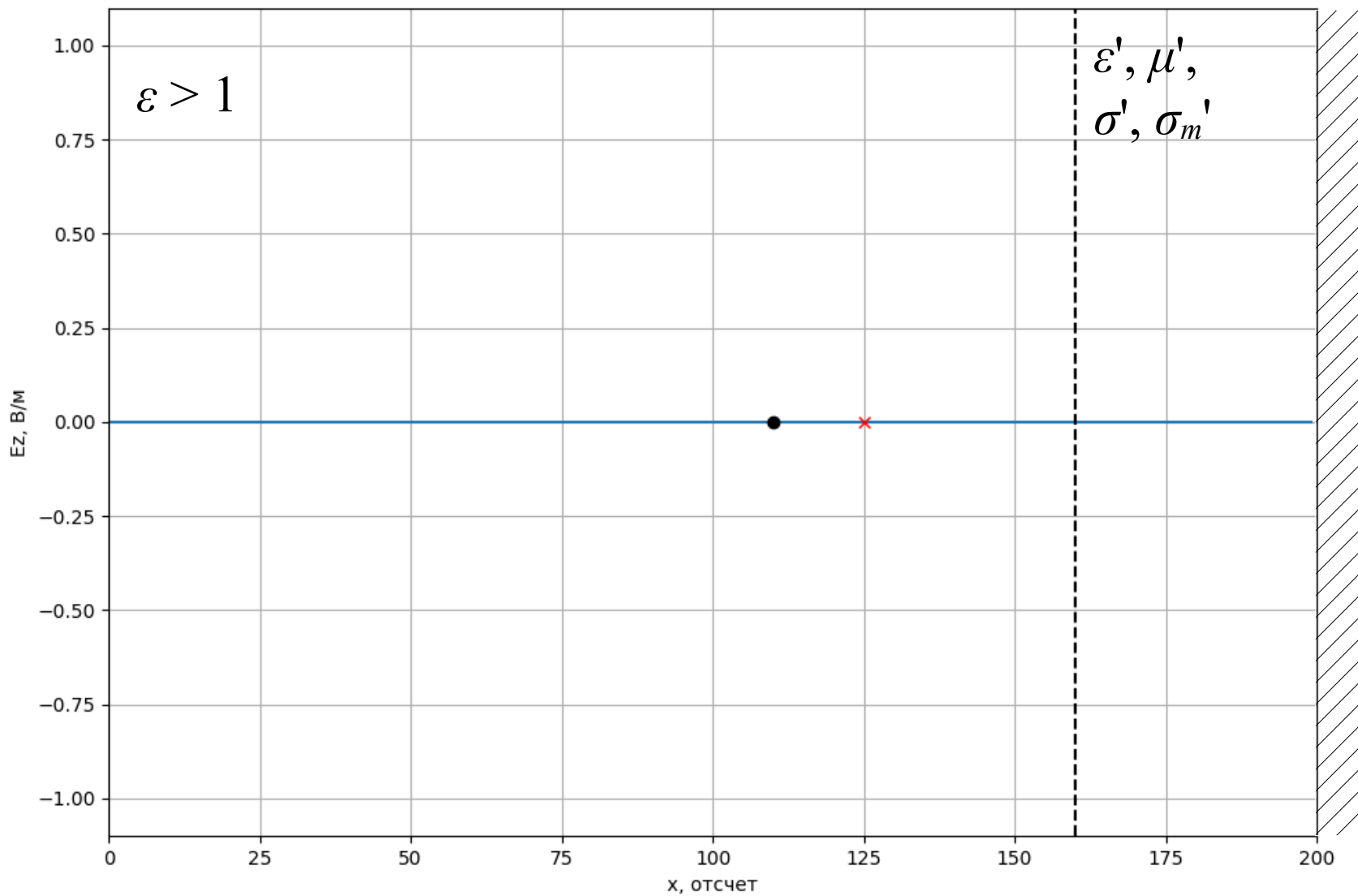
Реализация поглощающих граничных условий

$$loss_e = loss_m = loss = \frac{\sigma_m \Delta_t}{2\mu\mu_0} = \frac{\sigma \Delta_t}{2\varepsilon\varepsilon_0} = 0.02$$

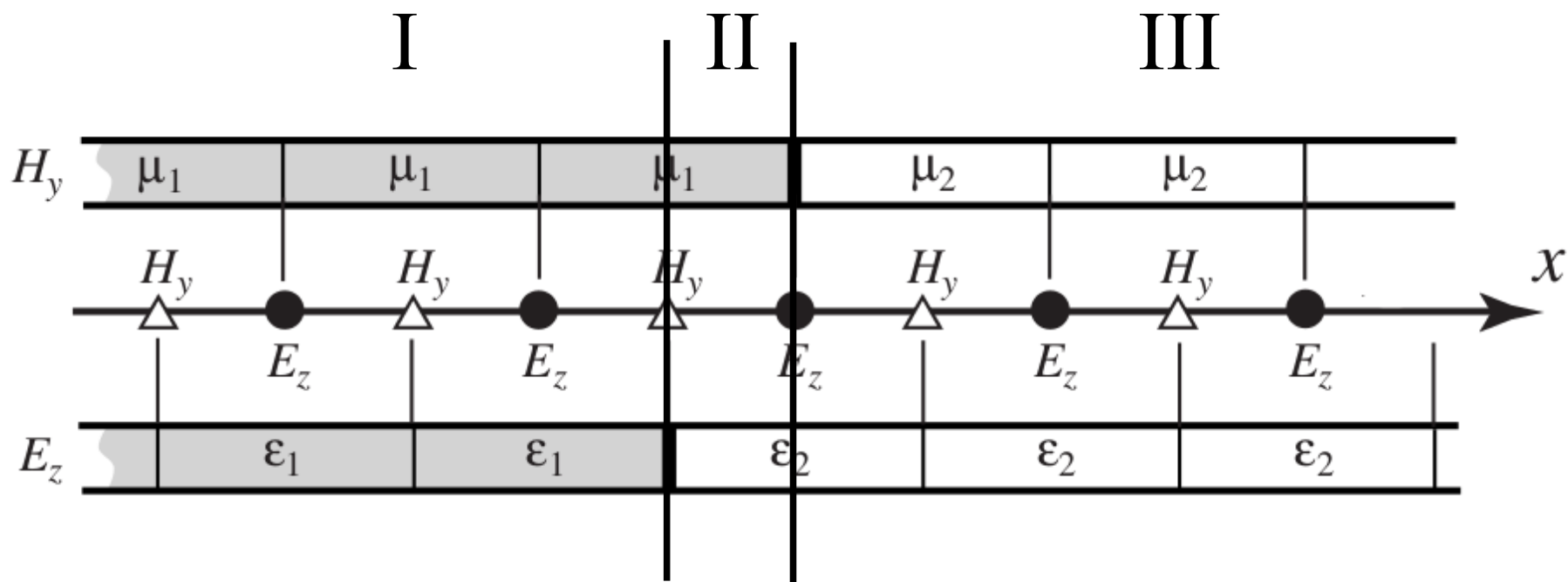
$$C_{E_z E} = \frac{1 - loss}{1 + loss} \qquad C_{E_z H} = \frac{W_0 / \varepsilon}{1 + loss}$$

$$C_{H_y E} = \frac{1 / W_0}{1 + loss} \qquad C_{H_y H} = \frac{1 - loss}{1 + loss}$$

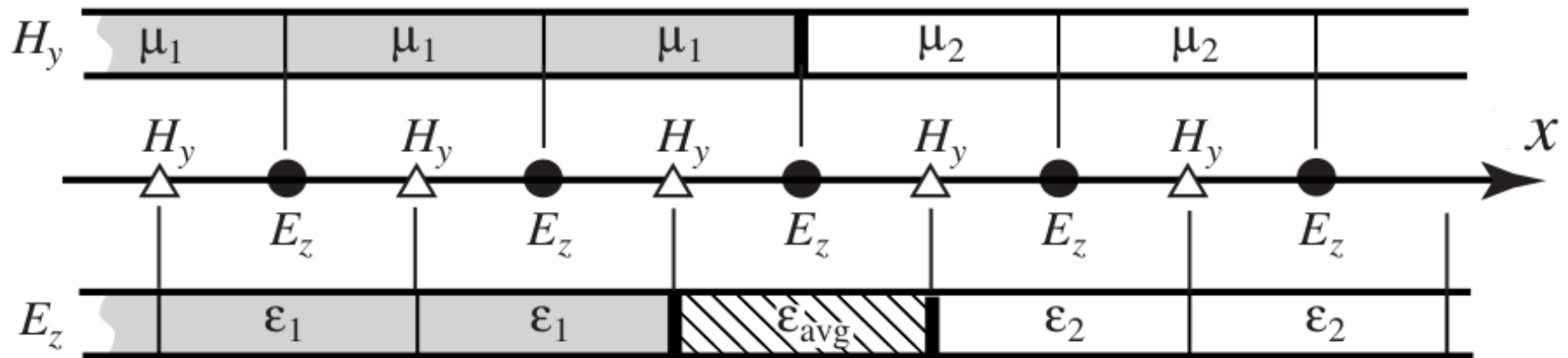
Демонстрация граничных условий с использованием полностью согласованного слоя (fddd_loss_boundary.py)



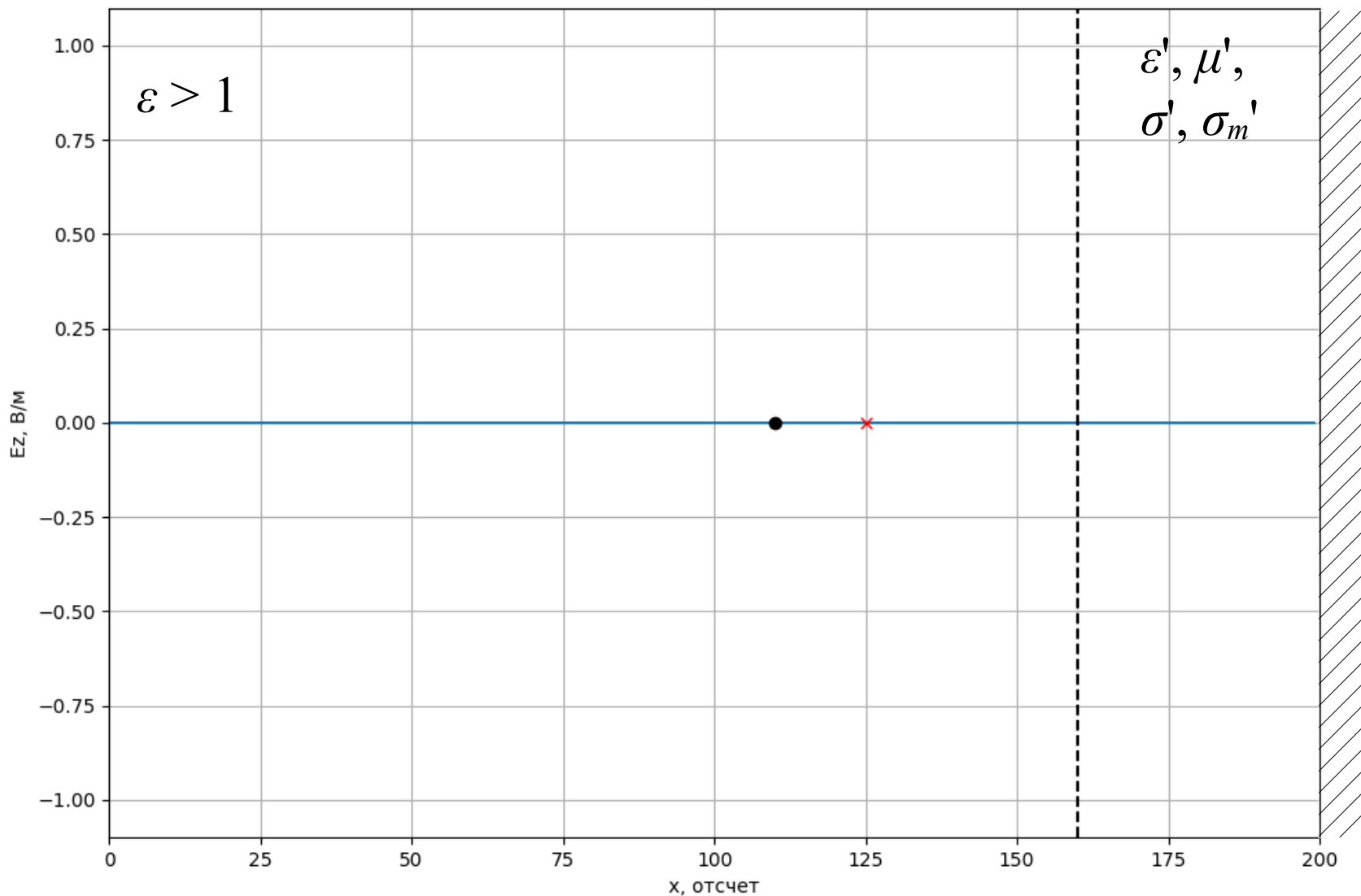
Погрешность из-за дискретной сетки



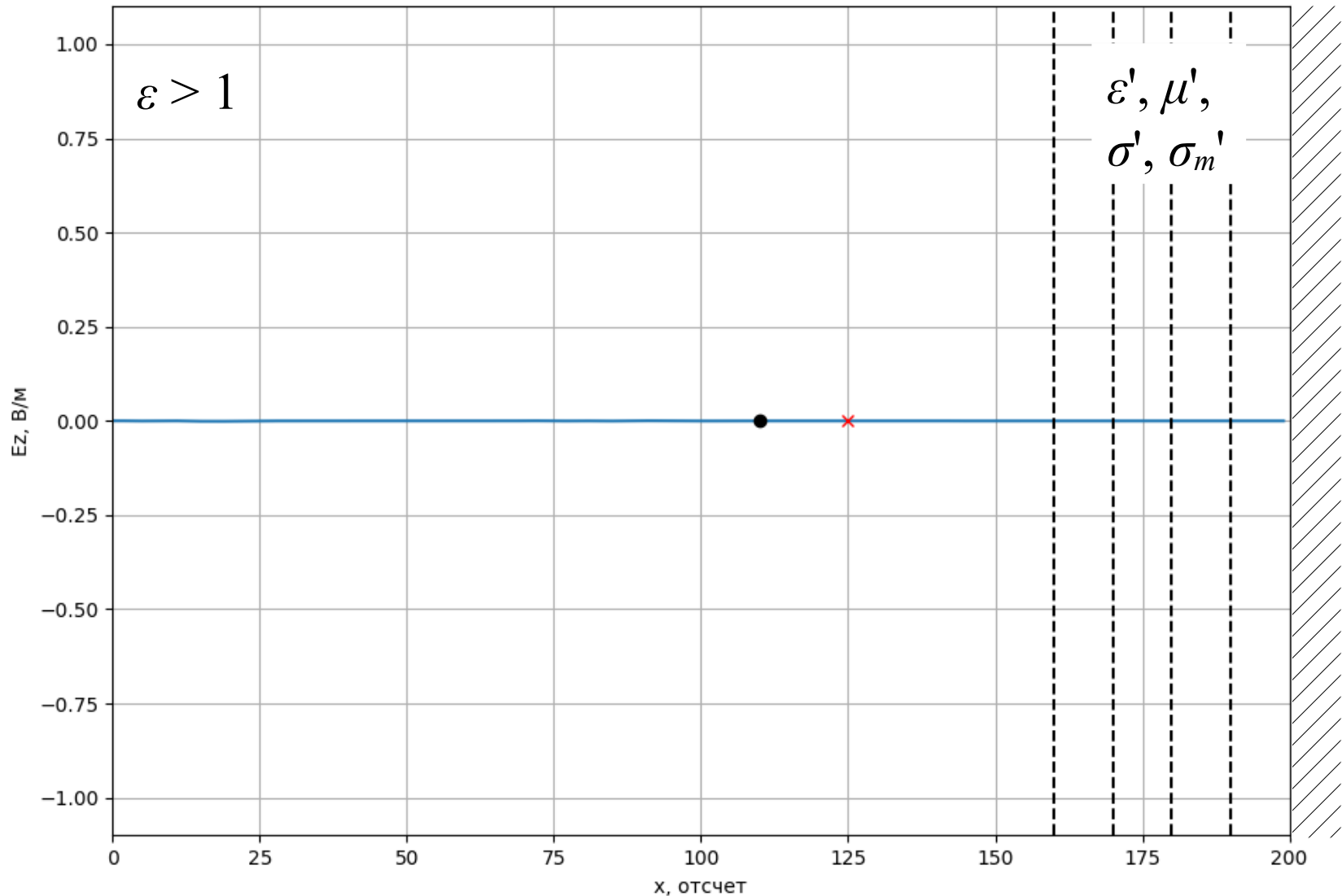
Погрешность из-за дискретной сетки



Демонстрация граничных условий с использованием полностью согласованного слоя (fdtd_loss_boundary_2.py)



Демонстрация граничных условий с использованием многослойного полностью согласованного слоя (fdd_loss_boundary_3.py)



Демонстрация граничных условий с использованием полностью согласованного слоя с плавным увеличением потерь (fdtd_loss_boundary_4.py)

